

基于几何法表示的曲面实体的分割算法

王新龙 肖田元 郑会永 韩向利

(清华大学国家 CIMS 工程研究中心, 北京 100084)

摘要 分割是实体造型的重要步骤, 而边界问题是影响分割算法效率和稳定性的主要因素. 工程中常用的二次曲面有自封闭的特性, 在相交时交线会出现退化和自交等情况, 给拓扑表示和实体重建带来困难. 另外, 边界重合也是实体分割时经常要遇到的问题. 该文在二次曲面几何法表示的基础上, 针对二次曲面相交时交线的特性, 设计了合理的分割策略, 提出了有效的分割算法, 并对边界重合等问题做了很好的处理, 同时用实例验证了本文算法的有效性.

关键词 实体造型 分割算法 二次曲面

中图分类号: TP391.72 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2000)02-0128-06

Splitting Methods of Curved-Surface Solid Based on Geometric Representations

WANG Xin-long, XIAO Tian-yuan, ZHENG Hui-yong, HAN Xiang-li

(State CIMS-ERC, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract Splitting is an important step in solid modeling, and boundary problems are main factors to influence the efficiency and the robustness of splitting algorithms. Quadric surfaces are commonly used in engineering, and their intersecting curves are often degenerated or self-intersected which bringing difficulties for the topological representation and solid's reconstruction. In addition, boundary overlapping is another problem in solid splitting. Based on geometric representations of quadric surfaces, In this paper, we develop a reasonable strategy for solid splitting, present an effective splitting algorithm considering their intersection curve's characteristics, and boundary overlapping problems are also be successfully resolved.

Keywords Solid modeling, Splitting algorithm, Quadric surfaces

0 引言

众所周知, 复杂实体由简单实体拼合而成^[1], 而拼合算法基本上都用集合分类的思想来实现^[2,3]. 集合分类算法可以分成实体的求交分割、测试选择和拓扑重建等几个步骤^[4], 其中求交分割的目的是确定新集合的边界, 它是实现实体拼合的基础, 也是影响整个算法效率和稳定性的关键所在.

工程中常用二次曲面来描述产品的孔轴等特征, 由于曲面相交时边界有退化、自交和自封闭的特性, 因此处理不好会影响算法的效率和稳定性. 另外, 重合边和重合面也是影响分割算法的重要因素.

Sarraga^[5]和 Levin^[6]用一个代数方程来统一表示二次曲面, 并开发了相应的求交算法, 但此算法的稳定性和可靠性有许多弊端^[7]. 为此, J. Miller 采用另外一种方法——几何法来表示二次曲面, 较好地解决了这些问题^[7-10], 但也只是给出了基于几何法表示的二次曲面间的交线求解算法, 并没有涉及求交后交线的分割策略及退化问题处理, 而这些问题也是影响算法可靠性的关键因素. 本文将采用几何法表示二次曲面^[11,12], 研究含有这类曲面的实体分割算法, 并对边界重合问题进行分析处理.

1 整体分割策略

实体由拓扑面、环、拓扑边和拓扑点等图形元素

其中 n_A 为交线上任一点 P 处面 A 的法向, n_B 为点 P 处面 B 的法向, 而 u 则是点 P 处交线的切向.

3.3 各种交线的分割方法

求出的交线若要构成新面, 必须分割成一段一段的曲线段. 交线的分割点在参与相交的面的边界上, 这些点不需要再求, 因为在上边已经进行过边的分割, 而交线的分割点一定是边的分割点, 因此, 只需进行点在曲线上的判断即可.

对于属于交线上的分割点, 按它们在曲线上的参数值进行排序, 即从第一个分割点开始, 每两个连续的分割点构成一段交线段(如图2所示), S_A 为含有一个带内环面的平面, S_B 为另一个含有一个面的平面, LI_{int} 为两平面的交线. 通过点在线上的测试, 可以确定角点 V_0, V_1, V_2, V_3 和 V_4 是交线的分割点, 而交线被分成 $e_0(V_0V_1), e_1(V_1V_2), e_2(V_2V_3)$ 和 $e_3(V_3V_4)$ 4 条线段. 事实上, 只有 e_0 和 e_3 为有效交线段.

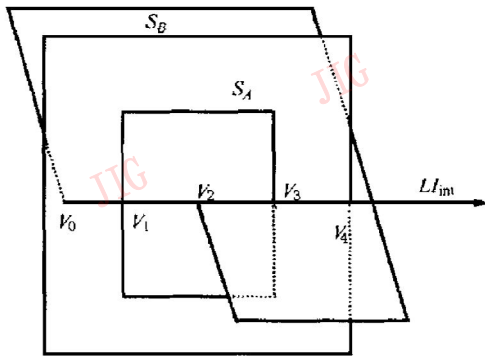


图2 有效交线段的判断

在判断有效交线的同时, 尚需找出那些和面的边重合的交线段, 这些重合的交线段可分成两种情况: 一是只和一个面中的边重合; 二是和两个面中的边都重合.

在曲面情况下, 交线除了被边界点分割外, 还有一些特殊的分割点, 如图3表示的是2个半径相等

的圆柱轴线相交时的情形. 这里, 两个椭圆交线除了被圆柱的边界分割外, 椭圆还要互相分割. 在图3(a)中, 圆柱 a 的边界刚好过两椭圆的交点. 由于在模型空间内 2 个圆柱的 2 条边界 e_{a1} 和 e_{a2} 重合, 所以, 交点 P_1 处将在边、面求交时, 产生 2 个拓扑点, 且 2 个椭圆都将被这两个拓扑点分割. 如果在特殊情况下, 另一个交点 P_2 刚好同时过另一圆柱的边界, 也用同样方法分割. 而在图3(b)的情况下, 交点 P_1 和 P_2 都不过圆柱的边界, 那么在这两个点处将生成两个新角点, 然后分割这两条交线. 当然两圆柱的边界还照常分割交线.

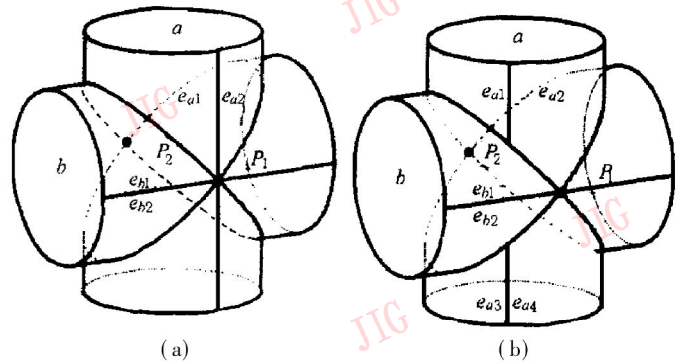


图3 两圆柱正交时交线的分割

当交线为空间四次曲线时, 对于拓扑操作和图形的输出都将带来很大的不便, 因此将对这种交线在临界点进行分割, 如两圆柱交线为空间四次曲线的情形(图4所示). 假设选圆柱 a 为参数化曲面, 那么在图4(a)的情况下将得到 P_1, P_2, P_3 和 P_4 4 个临界点, 它们分别为圆柱 a 的 4 个参数边界. 由于这 4 个点把交线断开, 在交线不被圆柱面边界分割的前提下将得到 4 条交线, 而每一段交线上的参数就变成了一一对应关系, 无论对新面生成, 还是对图形输出都是有利的. 对于象图4(b)中那种八字形交线, 除了在特殊点 P_1 和 P_2 处断开交线, 还要在切点 P 断开, 这和上面讲的交线为椭圆的情形类似.

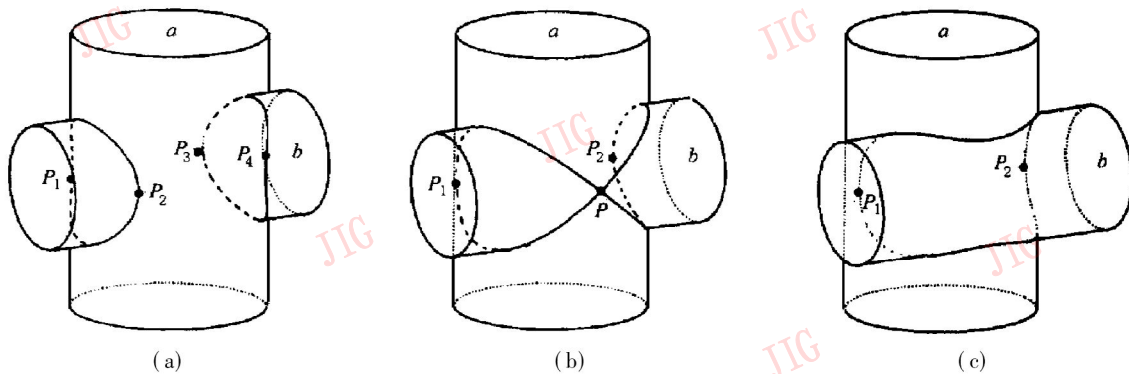


图4 空间四次曲线型交线的分割

3.4 新边临面选择算法

在以翼边结构为主的表示法中, 每条拓扑边都有左右临面, 经过求交后产生的新边也要生成新的临面. 对于有拓扑边和拓扑面重合的情况, 新边临面选择算法还担负着确定新物体拓扑结构的任务. 以平面为例, 假设 Face₁ 和 Face₂ 分别属于 A、B 两个物体, 那么这两个面相交有以下 3 种情况, 如图 5 所示. 图 5(a) 中 Face₁ 和 Face₂ 都被分割, 图 5(b) 中的交线和 Face₂ 的一条边重合, 图 5(c) 中两面的交线和 Face₁ 与 Face₂ 的一条边都重合, 另外, 在图 5(c) 情况下还可能出现相关的 4 个面互相平行或重合的状况.

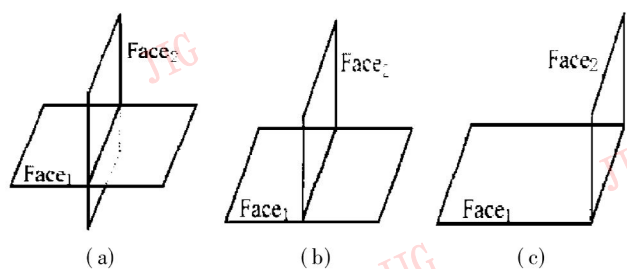


图 5 平面相交的三种情况

在拼合过程中, 处理重合算法的好坏直接影响到整体拼合算法的可靠性. 文献[13]给出了两物体求并运算时的重合边临面选择算法, 但没有包括重合面的情况, 因此本文将给出两物体求交时新边临面选择算法, 并对重合面的情况进行讨论.

把参与选择的 4 个面分别叫做 F_0, F_1, F_2 和 F_3 , 它们的初始状态可见表 1.

表 1 参与选择的 4 个面的初始状态

新边位于	F_0	F_1	F_2	F_3
Face ₁ 内				
Face ₂ 边界	Face ₁	Face ₂	e ₂ 左临面	e ₂ 右临面
Face ₂ 内				
Face ₁ 边界	e ₁ 左临面	e ₂ 左临面	Face ₂	Face ₂
Face ₁ 边界	e ₁	e ₁	e ₂	e ₂
Face ₂ 边界	左临面	左临面	左临面	左临面

表中 e_1, e_2 分别为 Face₁ 与 Face₂ 的重合边.

仍然以 F_0 为基准, 计算出其它几个面和 F_0 的夹角并根据夹角所在象限求出特征值 α . 在没有重合面的情况下, 根据各面的 α 值可能有图 6 所示的几种情况.

这时, 新边的左右临面选取如下:

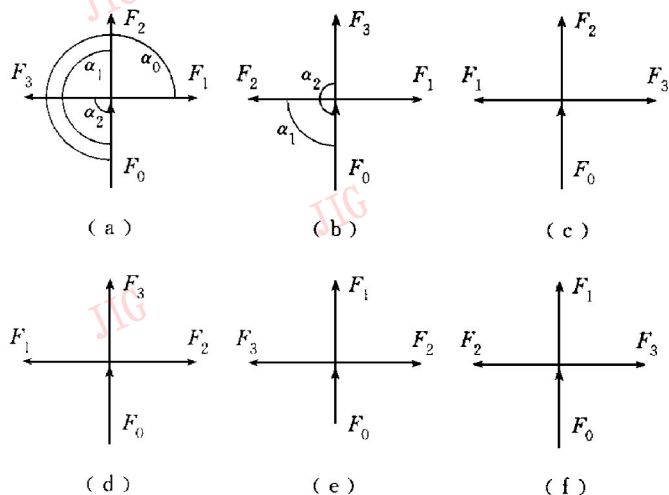


图 6 没有重合面的情况下新边临面的选择

- (1) 若 $\alpha_0 \geq \alpha_1$ 且 $\alpha_0 \geq \alpha_2$, 则有 2 种情况
 若 $\alpha_2 > \alpha_1$, 则物体 B 的 2 个面将都被包含在物体 A 内, 左面取 F_2 , 右面取 F_3 (图 6(b)).
 若 $\alpha_2 \leq \alpha_1$, 将出现非流形拓扑结构, 宣布新边无效 (图 6(a)).
 - (2) 若 $\alpha_0 < \alpha_1$ 且 $\alpha_0 < \alpha_2$, 则有下述 2 种情况
 若 $\alpha_2 < \alpha_1$, 则物体 A 的 2 个面被包含在物体 B 内, 左面取 F_0 , 右面取 F_1 (图 6(d)).
 若 $\alpha_2 \geq \alpha_1$, 则出现非流形情况, 宣布新边无效 (图 6(c)).
 - (3) 若以上两种情况都不成立, 则两物体 A, B 互相包含, 必有下面 2 种情况
 若 $\alpha_2 > \alpha_0$, 则左面取 F_2 , 右面取 F_1 (图 6(f)).
 若 $\alpha_2 \leq \alpha_0$, 则左面取 F_0 , 右面取 F_3 (图 6(e)).
- 在有重合面出现的情况下, 将会出现图 7 所示的几种情况.

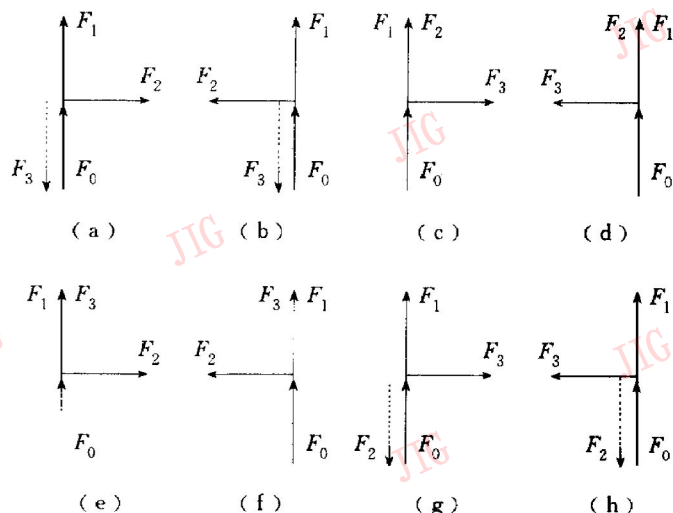


图 7 有重合面的情况下新边临面的选择

这时新边临面的选择为:

- (1) 若 $\alpha_2 = 0$, 则 F_0 和 F_3 面重合, 这时
若 $\alpha_1 > \alpha_0$, 则两物体互不包含, 新边无效(图 7(a)).
若 $\alpha_1 < \alpha_0$, 则左面取 F_2 , 右面取 F_1 (图 7(b)).
- (2) 若 $\alpha_0 = \alpha_1$, 则 F_1 和 F_2 重合, 这时
若 $\alpha_2 > \alpha_0$, 则两物体互不包含, 新边无效(图 7(c)).
若 $\alpha_2 < \alpha_0$, 则左面取 F_0 , 右面取 F_3 (图 7(d)).
- (3) 若 $\alpha_0 = \alpha_2$, 则 F_1 和 F_3 重合, 这时
若 $\alpha_1 > \alpha_0$, 则左面取 F_0 , 右面取 F_1 或 F_3 (图 7(e)).
若 $\alpha_1 < \alpha_0$, 则左面取 F_2 , 右面取 F_1 或 F_3 (图 7(f)).
- (4) 若 $\alpha_1 = 0$, 则 F_0 和 F_2 重合, 这时
若 $\alpha_2 > \alpha_0$, 则左面取 F_0 或 F_2 , 右面取 F_1 (图 7(g)).
若 $\alpha_2 < \alpha_0$, 则左面取 F_0 或 F_2 , 右面取 F_3 (见图 7(h)).

从平面得出的算法同样适合于曲面相交的情况, 不同的是需要计算交线上一点处相关各曲面的法向, 而且有时要考虑一些特殊情况. 比如平面与圆柱面的交线和平面上的某条边重合, 且此平面刚好和圆柱在此直线处相切, 若用以上方法就会得出重合面的结论, 这是不符合实际情况的. 解决的办法是此处并不用交线上的一点的法向来作为圆柱面的法向, 而是从交线上一点分别沿圆周的 2 个相反的方向走一个比较小的角度, 从而得到两个法向. 这样, 圆柱面就可以看成是两个平面, 临面的选择问题就迎刃而解了.

4 应用实例

为验证算法有效性, 下面给出一个在用本文算法所开发系统中实现的一个应用实例. 该实例涉及到了本文提到的二次曲面拼合时遇到的大部分边界问题.

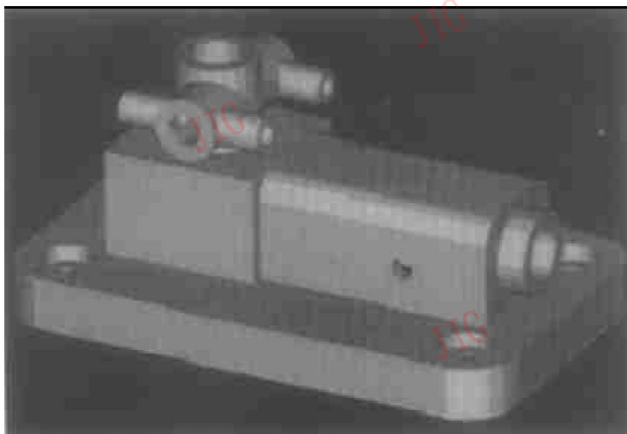


图 8 应用实例

5 结论

在二次曲面几何法表示的基础上, 本文详细研究了曲面实体的分割算法, 给出了适合于处理曲面实体的分割策略. 通过对二次曲面交线形状的分析, 提出了在特殊点分割交线的方法, 较好地解决了二次曲面交线在构造新物体时的拓扑表示问题. 本文提出的新边临面选择算法是基于拓扑面局部特征的, 不但能很好地处理重合问题, 还适合于处理曲面实体. 由于边界问题是影响实体造型算法效率和稳定性的重要因素, 本文所提出的一系列处理边界问题的思想和算法具有重要的理论和实践意义.

参考文献

- 1 Braid I C. The synthesis of solids bounded by many faces. Comm. ACM, 1975, 18(4): 209~ 216.
- 2 Requicha A A A and Voecker H B. Boolean operations in solid modeling: Boundary evaluation and merging algorithms. In: Proc IEEE, 1985, 73(1): 30~ 44.
- 3 Mantyla M. Boolean operation of 2-manifold through vertex neighborhood classification. ACM Trans Graphics, 1986, 5(1): 1~ 29.
- 4 Crocker G A and Reinke W F. An editable nonmanifold boundary representation. IEEE CG & A, 1991, 11(2): 39~ 49.
- 5 Sarraga R F. Algebraic methods for intersections of quadric surfaces in GMSOLID. Comput Vision Graph Image Process, 1983, 22(2): 222~ 238.
- 6 Levin J. Mathematical models for determining the intersections of quadric surfaces. Compu Graph Image Process, 1979, 11(1): 73~ 87.
- 7 Miller J R. Geometric approaches to nonplanar quadric surface intersection curves. ACM Trans Graphics, 1987, 6(4): 274~ 307.
- 8 Miller J R and Goldman R N. Using tangent balls to find plane sections of natural quadrics. IEEE CG & A, 1992, 12(2): 68~ 82.
- 9 Miller J R and Goldman R N. Geometric algorithms for detecting and calculating all conic sections in the intersection of any two natural quadric surfaces. GMIP, 1995, 56(1): 55~ 66.
- 10 Miller J R. Incremental boundary evaluation using inference of edge classifications. IEEE CG & A, 1993, 13(1): 71~ 78.
- 11 王新龙, 韩向利, 肖田元. 曲面实体造型中曲线和曲面交点的求解. 中国图象图形学报, 1998, 3(3): 194~ 199.
- 12 王新龙. 新型曲面实体造型系统的研究与开发[学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 1997.
- 13 刘晓强. 曲面实体造型技术研究[学位论文]. 北京: 北京航空航天大学, 1994.



王新龙 1997 年获哈尔滨工业大学博士学位, 同年开始在清华大学国家 CIMS 工程研究中心博士后流动站工作. 主要研究方向为计算机图形学、CAD/CAM、虚拟制造技术.



肖田元 教授, 博士生导师, 1970 年毕业于清华大学电机系, 现任国家 CIMS 工程研究中心副主任. 主要研究方向为系统仿真技术、虚拟制造.



郑会永 1997 年毕业于西北工业大学自动控制系, 获博士学位, 现在清华大学自动化系国家 CIMS 中心作博士后研究工作. 主要研究兴趣为非线性动力学混沌、分形理论及其应用, 目前正在从事虚拟制造的研究工作.



韩向利 1994 年获哈尔滨工业大学工学博士学位, 同年开始在清华大学国家 CIMS 工程研究中心博士后流动站工作, 1997 年出站留校工作. 主要研究方向为 CAD/CAM、NC、加工过程仿真、虚拟制造.

VOD 系统简介

随着 PC 机性能的不不断提高及网络技术的发展、普及, 多媒体应用越来越多地出现在用户的应用系统中, 并逐渐由单机模式走向网络模式, 采用网络数字化流机制的 Video 应用——即视频点播系统(VOD——Video On Demand), 以其快速、有效、灵活的特点, 得到广泛青睐, 越来越成为具有使用价值的时尚潮流. 它的主要优点是: 数字化音像信息的播放质量不会因时间的推移而下降; 用户可以很方便地通过局域网获得数字化音像信息流; 很多用户可以同时观看而互不影响; 更主要的是: 多个用户可以在他们需要的时候随时点播想要观看的节目; Video 信息不会丢失或错放; 用户可以容易地用多媒体应用进行交互; 可以很容易地增加或删除 Video 信息等等.